

Dott. ing. EDOARDO FERRIGNO

**INFLUENZA
DI ALCUNI PARAMETRI DEL VEICOLO
SULLA PROGETTAZIONE DEGLI IMPIANTI
DI FRENATURA AD INERZIA**

Estratto da

ATA - Giornale ed Atti dell'Associazione Tecnica dell'Automobile, XXI, n. 12 (dicembre 1968)

Influenza di alcuni parametri del veicolo sulla progettazione degli impianti di frenatura ad inerzia

E. FERRIGNO (*)

1. - Introduzione.

Il principio di funzionamento dei freni ad inerzia per rimorchi consiste, come è noto, nel tradurre ogni decelerazione dell'unità adibita al traino in altrettanti sforzi frenanti sull'unità trainata; ciò viene realizzato a mezzo di opportuni dispositivi interposti fra gancio di traino ed occhio di aggancio.

Attesa la sua semplicità, e tenuto anche presente il fatto non trascurabile che il sistema non comporta alcuna modifica dell'impianto di frenatura del veicolo trattore, in quanto da esso del tutto indipendente, esso ha trovato larga applicazione sui rimorchi per autovetture, con particolare riferimento a quelli abitabili per campeggio.

In relazione al moltiplicarsi di questi, il mercato si è venuto via via arricchendo di tipi sempre diversi e più perfezionati, specie per quanto attiene all'impianto frenante, ed ha creato varie difficoltà in materia di criteri da adottare, perchè le varie combinazioni con le vetture offerte dai mercati italiano ed estero non diano luogo a complessi incompatibili con la sicurezza della circolazione. Il problema è eminentemente tecnico, dato che le condizioni per la sicurezza sono poste dall'Art. 188 del Regolamento al C. S., nel quale viene fissato il massimo scostamento ammissibile tra il valore del coefficiente di decelerazione X del veicolo singolo adibito al traino ed il corrispondente valore X_1 relativo all'intero complesso, cioè a parità di valore dello sforzo sul pedale F .

Come è noto, infatti, la decelerazione di un veicolo a frenatura integrale può porsi nella forma:

$$D = gX$$

da cui:

$$X = \frac{D}{g}$$

che rappresenta il coefficiente di decelerazione. Calcolati dunque i valori X e X_1 , attraverso quelli corrispondenti delle decelerazioni registrate nelle prove, viene verificato che la differenza:

$$\Delta = X - X_1$$

rispetti il limite legale del 6%, vale a dire:

$$\Delta \leq 0,06$$

Col presente lavoro è stato preso in esame il comportamento in fase di frenatura del complesso composto da un veicolo trattore e da un rimorchio munito di freno ad inerzia, analizzando tale comportamento al variare di alcuni parametri fondamentali di ciascun veicolo componente il complesso. È chiaro come, a differenza di quanto accade in altri tipi di impianti frenanti per autotreni, nel caso in esame non esiste una corrispondenza biunivoca fra i valori di F (sforzo sul pedale) e quelli che si determinano in conseguenza sulle due unità agganciate; tale corrispondenza sussiste infatti solo sul veicolo trattore, laddove sul veicolo rimorchiato lo sforzo efficiente per la frenatura è influenzato dalle stesse variabili che incidono sullo sforzo al gancio: l'entità delle masse, i rapporti di amplificazione dell'impianto frenante, le resistenze all'avanzamento, il diametro di rotolamento, il diametro dei tamburi dei freni, caratteristiche tutte riferite alle singole unità. Inoltre, poichè sullo sforzo al gancio influisce anche la pendenza della strada, vi sarebbe anche tale variabile esterna da tenere presente.

Riguardo a questo aspetto, l'indagine è però stata limitata al caso di marcia svolgentesi in rettilineo ed in piano.

(*) Dr. ing. Edoardo Ferrigno - Direzione Compartimentale della Motorizzazione Civile e dei T. C. per la Sicilia. - Palermo. Reggente l'Ufficio Provinciale di Ragusa.

Lo studio ha richiesto l'impostazione di equazioni fondamentali ed il tracciamento di alcuni grafici, sulla cui base è stata convenientemente discussa la variabilità dei seguenti parametri:

- $k = \frac{Q}{P}$ rapporto tra peso del trattore e peso del rimorchio in ordine di marcia;
 J' rapporto di amplificazione dello sforzo frenante F sul veicolo trattore;
 J'' rapporto di amplificazione dello sforzo frenante T (al gancio) sul veicolo rimorchiato;
 $\varphi = \frac{H}{F_0}$ rapporto tra resistenza della molla antagonista e massimo valore dello sforzo F, F_0 (1).

I risultati presentano un certo interesse, specie per quanto attiene ai valori negativi di J'' , realizzabili come diremo con un dispositivo inversore dello sforzo T .

Lo schema cui riferiremo lo studio è quello di fig. 1, ove viene indicato uno dei sistemi più semplici per tradurre le mutue sollecitazioni al gancio in forza frenante; come è evidente, nel caso in esame ciò avviene con l'interposizione di una comune pompa per freni idraulici.

2 Equazioni fondamentali.

Prendiamo in esame il veicolo trattore ed indichiamo con:

- F forza esercitata dal conducente sul pedale del freno (2);
 P peso del veicolo trattore in assetto di marcia;
 φ' coefficiente medio di attrito tra tamburi e guarnizioni di ganasce;
 f' efficienza frenante del veicolo trattore, ossia coefficiente attuale di aderenza ruota-strada;
 r' raggio dei tamburi, supposti uguali su ciascun asse;
 R' raggio della circonferenza di rotolamento;
 η' rapporto tra forza frenante F e forza globale agente sui tamburi (3).

Ciò premesso, uguagliando il momento frenante globale esercitato sui tamburi a quello esercitato sulle ruote a causa delle forze periferiche di aderenza, otteniamo (4):

$$\eta' F \varphi' r' = P f R'$$

(1) Quest'ultimo parametro è in relazione alle prescrizioni dell'Art. 188 Reg. al C.S., secondo cui vanno predisposti degli accorgimenti al fine di evitare che il freno del rimorchio entri in azione a causa di deboli decelerazioni del veicolo trattore.

(2) È chiaro che, nel caso esista un servofreno, si dovrà sostituire a F il valore λF , con $\lambda > 1$, che ad esso corrisponde nella relazione di proporzionalità stabilita dal distributore.

(3) Si suppone che le ganasce siano tutte autofrenanti.

(4) Nell'ipotesi che, in base alle caratteristiche dell'accoppiamento ganasce tamburo, sia possibile sopporre la forza di attrito applicata nel punto medio dell'arco di contatto, tangenzialmente ad esso.

che, con l'introduzione del parametro

$$J' = \eta' \frac{r'}{R'} \varphi'$$

fornisce:

$$(1) \quad f' = J' \frac{F}{P}$$

Diremo J' rapporto di amplificazione ed è chiaro come esso rappresenti un importante parametro del veicolo in esame, riassumendo esso in sé quattro variabili, le prime geometriche (η', r', R') e l'ultima (φ') di carattere puramente tecnologico, in quanto attinente alle caratteristiche del materiale d'attrito delle guarnizioni ed a quelle del metallo costituente i tamburi.

Passando al veicolo rimorchiato, osserviamo che esso deriva la forza di azionamento della pompa-freno dalla presenza di una decelerazione:

$$D' = g X'$$

sul veicolo trattore. Se dunque nello stesso istante è

$$D'' = g X'',$$

la decelerazione del rimorchio, avremo l'espressione dello sforzo al gancio

$$T = \frac{1}{g} P D' - \frac{1}{g} Q D''$$

ossia:

$$(2) \quad T = P (X' - k X'').$$

La (2), tenendo presente la nota equivalenza $X = f$, valida per i veicoli a frenatura integrale, ossia nei quali il peso del veicolo coincide col peso frenato, si pone anche nella forma

$$(3) \quad T = P (f' - k f''),$$

che riesce del tutto intuitiva in quanto lo sforzo al gancio T è dato come differenza fra i due sistemi di forze frenanti Pf' e Qf'' , applicate rispettivamente alla periferia delle ruote del trattore e del rimorchio. Come si è già innanzi anticipato, f' ha il significato di coefficiente attuale di aderenza ruota-strada, volendo con ciò esprimere il fatto che il suo valore è in diretta dipendenza con F e pertanto col valore attuale del momento frenante realizzato sui tamburi del veicolo trattore; esso cresce dunque, dal valore zero, pressochè linearmente sino al limite di aderenza f_0 , oltre il quale, ulteriormente aumentando il momento frenante sui tamburi, si verifica il bloccaggio ed il simultaneo pattinamento delle ruote. Analoga cosa dicasi per f'' , con riferimento ovviamente al rimorchio, il cui momento frenante viene generato alla maniera nota.

Indicando ora con J'' il rapporto di amplificazione relativo al rimorchio, il cui significato è del tutto simile a quello già definito per J' , solo che lo si

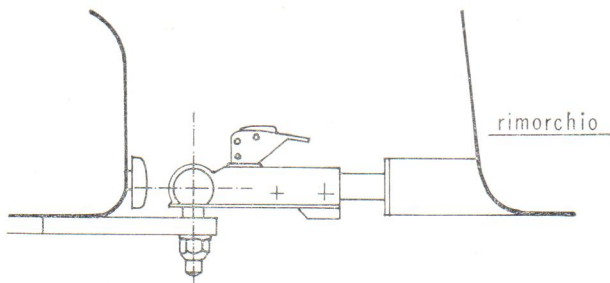


Fig. 1 - Schema di attacco fra unità traente e rimorchio: attraverso il giunto sferico viene comandata la pompa idraulica.

riferisca al rimorchio, la (1) per tale veicolo suggerisce l'espressione:

$$(4) \quad f'' = J'' \frac{T}{Q}$$

ossia:

$$(5) \quad f'' = J'' \frac{P}{Q} (f' - kf''),$$

da cui:

$$(6) \quad f'' = \frac{J' J''}{kP(1 + J'')} F.$$

È interessante porre la (6) a confronto con la (1), ricavandone:

$$(7) \quad f'' = \frac{J''}{k(1 + J'')} f',$$

la quale riuscirà utile ai fini della discussione dei risultati.

Nel caso che il comando del freno ad inerzia sia munito di una molla antagonista di resistenza:

$$H = \vartheta F_0$$

con F_0 massimo sforzo che si può esercitare sul pedale del freno, lo sforzo al gancio disponibile per l'azionamento della pompa sarà:

$$\mathcal{C} = T - H$$

ciò che porta, attraverso la (4), alla equazione:

$$(8) \quad f'' = \frac{J' J''}{kP(1 + J'')} \left(F - \frac{\vartheta}{J'} F_0 \right).$$

La (8), per $\vartheta = 0$, restituisce puntualmente la (6), valida nel caso di pompa sfornita di molla antagonista. La (1), la (6) e la (8) costituiscono le equazioni fondamentali del problema.

3. Coefficiente di decelerazione dell'autotreno.

Considerando l'intero autotreno, l'equazione fondamentale della dinamica assume la forma:

$$Pf' + Qf'' = \frac{1}{g} (P + Q) D_1,$$

da cui, con la posizione:

$$X_1 = \frac{D_1}{g}$$

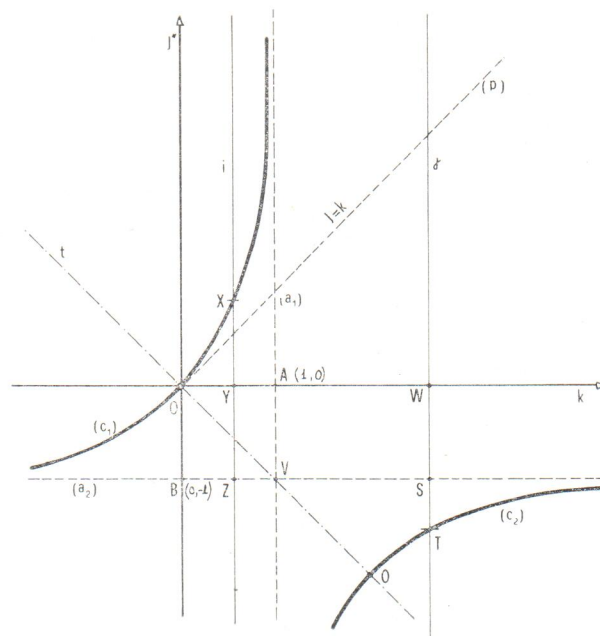


Fig. 2 - Curva relativa alla variabilità di J'' in funzione di k .

si ricava:

$$(9) \quad X_1 = \frac{f' + kf''}{1 + k},$$

che rappresenta il coefficiente di decelerazione cercato; la (9) si può anche porre nella forma:

$$(10) \quad X_1 = \frac{X' + kX''}{1 + k},$$

da cui risulta che il coefficiente in esame è espresso da una combinazione lineare dei due analoghi coefficienti X' e X'' già definiti avanti; precisamente risulta pari alla media ponderata di X' e X'' , i cui « pesi » sono rispettivamente $\frac{1}{1+k}$ e $\frac{k}{1+k}$.

4. Discussione dei risultati.

Distingueremo i due casi $\vartheta = 0$ e $\vartheta \neq 0$, discutendoli partitamente.

Nel primo di essi, interpretando la (1) e la (6) in un sistema cartesiano ortogonale di assi (f', f'') , F , si può osservare che esse rappresentano due rette passanti per l'origine, i cui parametri che ne definiscono l'inclinazione rispetto al semiasse positivo delle F sono rispettivamente:

$$(11) \quad p = \frac{J' J''}{kP(1 + J'')} \quad \text{e} \quad q = \frac{J'}{P}.$$

Sarà pertanto $p \geq q$ a seconda che si abbia:

$$(12) \quad \frac{J''}{k(1 + J'')} \geq 1,$$

ossia, con opportuni sviluppi,

$$(13) \quad J'' \geq \frac{k}{1 - k}.$$

Per discutere la condizione (13), riportiamo in fig. 2 la curva:

$$(14) \quad J'' = \frac{k}{1-k}$$

in un sistema di assi cartesiani ortogonali J'' , k ; come si può subito verificare, trattasi di un'iperbole equilatera passante per l'origine 0, con asintoti le rette (a_1) e (a_2) rispettivamente di equazioni:

$$(a_1) \quad k = 1 \quad \text{e} \quad (a_2) \quad J'' = -1.$$

Nella fig. 2 sono indicati i due rami (c_1) e (c_2) ed essi sono tali che il semiasse positivo k (valori negativi di k non avrebbero significato) viene diviso in due grandi intervalli: il primo comprende i valori da 0 a 1 ed il secondo i valori da 1 a ∞ , con punto di separazione A .

I due intervalli ora detti attengono ciascuno a due diverse condizioni fisiche, il primo riguardando i casi in cui il rimorchio è meno pesante del trattore ed il secondo tutti gli altri in cui si ha la condizione contraria.

Indicheremo rispettivamente tali condizioni al modo seguente:

$$(\alpha) \quad 0 < k < 1 \quad \text{e} \quad (\beta) \quad 1 < k < \infty,$$

osservando che, se è $k=0$ si ottiene il caso del trattore senza rimorchio, mentre se è $k=1$ si perviene al caso in cui il rimorchio abbia lo stesso peso del trattore.

Riferiamoci per primo alla condizione (α) e, scelto un generico valore di k compreso nell'intervallo $(0,1)$, fissiamo il punto Y ad esso corrispondente. Sulla retta (i) per Y parallela all'asse J'' saranno definiti i due punti X e Z , all'intersezione rispettivamente col ramo (c_1) dell'iperbole e con l'asintoto di equazione $J'' = -1$. Detti punti definiscono a loro volta tre intervalli entro cui può variare il valore di J'' , con conseguenze diverse sul rapporto $\frac{f''}{f'}$; gli intervalli definiti sono invero quattro, ma

quello YZ va scartato a priori in quanto in esso, dovendo essere $-1 < J'' < 0$, la (7) fornisce valori negativi per f'' , cosa priva di significato.

Al variare di k , va dunque scartata, per i valori del parametro J'' , tutta la fascia compresa fra l'asse k e l'asintoto di equazione $J'' = -1$. Analogamente, con riferimento alla condizione (β) , scelto un generico valore di k compreso nell'intervallo $(1, \infty)$, fissiamo il corrispondente punto W e considereremo la retta (j) per esso, parallela all'asse J'' .

Escluso per la ragione testè indicata l'intervallo WS , anche su questa retta verranno definiti tre intervalli dai punti S e T , entro i quali può variare J'' .

Analizziamo dunque il comportamento del freno facendo variare J'' volta a volta nei vari intervalli ora definiti; si distinguono due grandi casi, a seconda che sia verificata la condizione (α) o la condizione (β) . Si ha:

$$\text{Condizione } (\alpha) \quad 0 < k < 1$$

Dall'esame congiunto della (7) e della (3), si hanno i seguenti risultati:

a) Caso $J'' > 0$.

$$\text{per } 0 < J'' < \frac{k}{1-k}, \quad f'' < f' \quad \text{e} \quad T > 0;$$

$$\text{per } J'' = \frac{k}{1-k}, \quad f'' = f' \quad \text{e} \quad T > 0;$$

$$\text{per } \frac{k}{1-k} < J'' < +\infty, \quad f'' > f' \quad \text{e} \quad T > 0;$$

b) Caso $J'' < 0$.

$$\text{per } -\infty < J'' < -1, \quad f'' < f' \quad \text{e} \quad T < 0.$$

$$\text{Condizione } (\beta) \quad 1 < k < \infty.$$

Con lo stesso procedimento di cui sopra, si ottiene:

a) Caso $J'' > 0$.

$$\text{per } 0 < J'' < +\infty, \quad f'' > f' \quad \text{e} \quad T > 0;$$

b) Caso $J'' < 0$.

$$\text{per } \frac{k}{1-k} < J'' < -1, \quad f'' > f' \quad \text{e} \quad T < 0$$

$$\text{per } J'' = \frac{k}{1-k}, \quad f'' = f' \quad \text{e} \quad T < 0$$

$$\text{per } -\infty < J'' < \frac{k}{1-k}, \quad f'' < f' \quad \text{e} \quad T < 0.$$

Ancora dall'esame della (3), si desume che la condizione $T > 0$ indica che T è uno sforzo di compressione e, viceversa, che la condizione $T < 0$ corrisponde ad uno sforzo di trazione: nel primo caso cioè le due unità agganciate tendono ad avvicinarsi, nel secondo ad allontanarsi. E poichè ciò accade in fase di frenatura, si deve concludere che la prima condizione soltanto attiene al complesso in esame, formato da un trattore e da un rimorchio; la seconda riguarda invece il caso di un veicolo propulsore che ne spinga un altro non semovente.

Si può infatti intuitivamente verificare che nella prima ipotesi il regime di traino si svolge con $T < 0$ (trazione) e quello di frenatura con $T > 0$ (compressione); il contrario accade nella seconda.

Esaminando poi i rapporti analitici esistenti tra J'' e T , si osserva come in tutti i casi in cui è $T > 0$ risulta anche $J'' > 0$: interpretando questo risultato meccanicamente, si può affermare, in armonia con l'intuito, che quando l'unità condotta viene spinta, ferma restando la posizione della pompa di fig. 1, occorre un meccanismo (ad esempio un sistema di leve) che inverta lo sforzo T . Si è così sciolta la riserva fatta in sede di introduzione.

Inutile osservare come tale ipotesi non rivesta alcun significato pratico, almeno per i veicoli non marcianti su rotaie, rimanendo soltanto un utile riferimento pratico atto ad interpretare in senso integrale i risultati analitici.

Rimane da trattare il caso in cui la pompa sia dotata di una molla antagonista di resistenza $H = \vartheta F_0$, con $\vartheta \neq 0$, ma vedremo che esso può essere ricondotto agli stessi risultati ottenuti sopra. Infatti, dall'esame della (1) e della (8) si può dedurre che le grandezze p e q hanno anche qui lo stesso significato che avevano nella (1) e nella (6), e si perviene ancora alle condizioni (12) e (13). Ciò consente di fare riferimento alla stessa iperbole di fig. 2 e di estendere anche al caso in esame le considerazioni fatte innanzi.

5. Comportamento del freno.

I risultati emersi dalla trattazione analitica sopra svolta sono stati opportunamente raggruppati, al fine di studiare il comportamento del freno a mezzo dei grafici. Nelle seguenti deduzioni, a differenza di quanto è stato possibile nel precedente paragrafo, sarà necessario trattare separatamente i due casi $\vartheta = 0$ e $\vartheta \neq 0$.

a) Pompa senza molla antagonista ($\vartheta = 0$).

Se è $p > q$, ne risulta il diagramma di fig. 3, nel quale sono state rappresentate le rette f' ed f'' in un sistema di assi (f', f'') , F . Data l'ipotesi fatta, la retta f'' è più ripida della retta f' e, se indichiamo con f_0 il valore limite del coefficiente di aderenza ruota-strada, sarà il rimorchio a raggiungere per primo tale limite, in corrispondenza del valore $F_1 < F_0$ dello sforzo F esercitato sul pedale. Aumentando ulteriormente tale sforzo, il valore di f'' subisce un brusco abbassamento, raggiungendo il valore f^* relativo al pattinamento delle ruote sulla strada. Tale coefficiente riguarda il fenomeno di attrito radente ruota-strada ed è pertanto indipendente da F .

La rappresentazione di f'' oltre l'ascissa F_1 sarà pertanto una retta parallela all'asse F , risultandone un diagramma complessivo di tipo discontinuo. Il valore di f^* può inoltre risultare minore, uguale o maggiore del valore che f' ha assunto in corrispondenza di F_1 . A seconda che si verifichi ciascuno dei casi suddetti, la retta parallela all'asse F rappresentante f'' intersecherà in punti rispettivamente del tipo S_1 , S_2 e S_3 la retta f' . Ciò non modifica affatto il tipo di diagramma che ne risulta per f'' su tutto l'intervallo $(0, F_0)$.

È anche possibile la rappresentazione grafica del coefficiente di decelerazione X_1 dato dalla (10), una volta ricordato che è $X' = f'$ e $X'' = f''$.

Sempre con riferimento alla fig. 2, tracciata la retta OM che unisce l'origine degli assi al punto medio del segmento $A''S_2$, il coefficiente X_1 è rappresentato da rette del tipo X_α e X_β , a seconda che il valore di k determini la condizione (α) ovvero la condizione (β). Se è $k = 1$ X_1 coincide con la media aritmetica di X' e di X'' ed è rappresentato dalla retta OM . Si può estendere tale procedimento anche all'intervallo (F_1, F_0) , fissando i punti (m_1) , (m_2) ed (m_3)

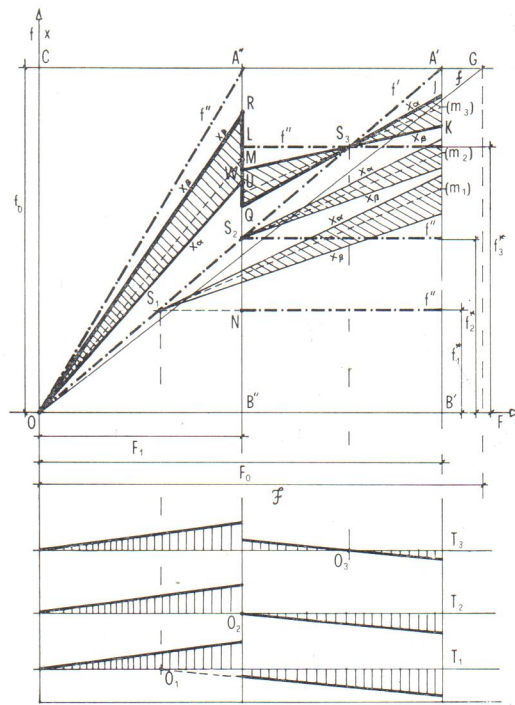


Fig. 3 - Andamento dei coefficienti di decelerazione e dello sforzo di compressione alla pompa per $\frac{k}{1-k} < J'' < \infty$ nella condizione (α) e per $0 < J'' < \infty$ nella condizione (β).

le cui ordinate sono date rispettivamente dai valori $\frac{f_0 + f_1^*}{2}$; $\frac{f_0 + f_2^*}{2}$; $\frac{f_0 + f_3^*}{2}$; le rette che uniscono tali punti a quelli S_1 , S_2 , S_3 , sono la rappresentazione grafica di X_1 nel caso $k = 1$, ossia nel caso che X_1 sia la media aritmetica tra X' e X'' . Anche qui dunque, in corrispondenza di ciascun valore f_1^* , f_2^* , f_3^* si ottiene una coppia di rette del tipo X_α e X_β , entrambe passanti per i punti S_1 , S_2 , S_3 , con significato del tutto analogo a quello definito nell'intervallo $(0, F_1)$. Giova qui osservare come le rette del tipo X_α e X_β non possano in alcun caso coincidere con le posizioni limiti rappresentate dalle rette $f' = X'$ e $f'' = X''$; per essere infatti $X_\alpha = f'$ dovrebbe aversi con la (9):

$$f' = \frac{f' + k f''}{1 + k}$$

e ciò importerebbe, fatte le opportune sostituzioni, $J'' = -1$, eventualità questa da escludersi perchè si avrebbe $f'' = \infty$ in base alla (6). D'altra parte non può neppure essere $X_\beta = f''$ perchè, sempre in relazione alla (9), si dovrebbe scrivere:

$$f'' = \frac{f' + k f''}{1 + k}$$

che per essere soddisfatta importerebbe l'altra assurda:

$$\frac{J''}{1 + J''} = 1.$$

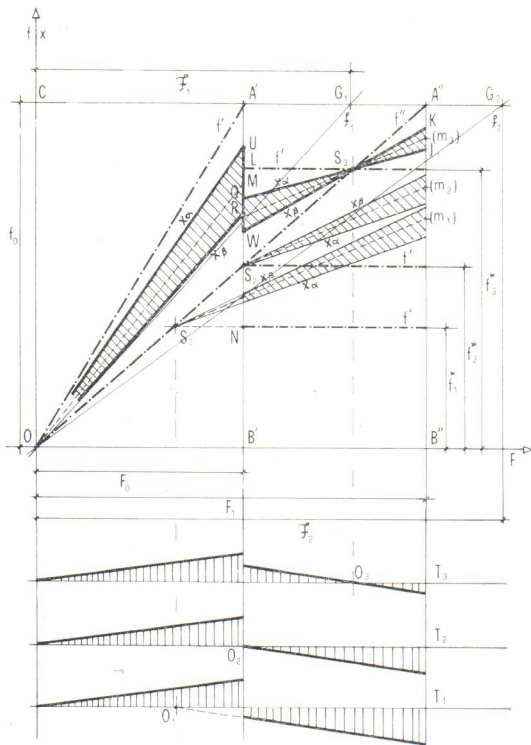


Fig. 4 - Grafici analoghi a quelli di fig. 3 per $0 < J'' < \frac{k}{1-k}$ nella condizione (α). Nella condizione (β) detti grafici non sussistono.

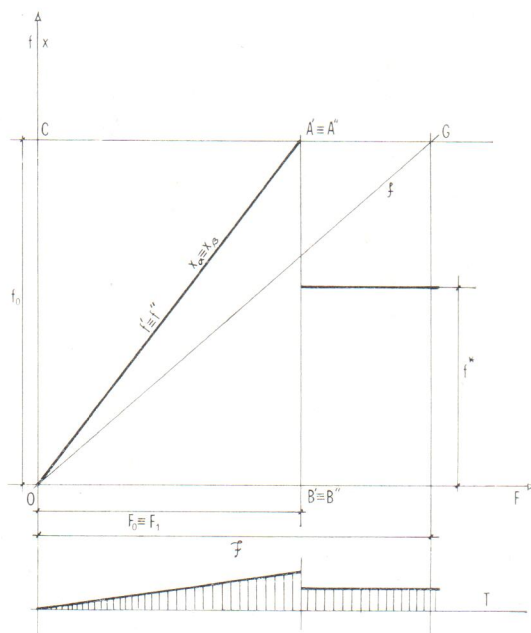


Fig. 5 - Grafici analoghi a quelli di fig. 3 per $J'' = \frac{k}{1-k}$ nella condizione (α). I grafici non sussistono nella condizione (β).

Anche per il coefficiente di decelerazione X_1 risulta pertanto un grafico discontinuo che, ad esempio, nel caso che si abbia $f^* = f_3^*$, sarebbe del tipo $OUQS_3$ se è verificata la condizione (α), ovvero del tipo $ORWS_3$ se è verificata la condizione (β).

Ora è anche possibile dare un nuovo significato alla condizione:

$$X - X_1 \leq 0,06,$$

la quale, come è evidente, pone un limite alla distanza angolare fra le rette del tipo X_α e X_β e la retta f' . Inoltre è interessante osservare che se il peso $(P + Q)$ fosse frenato per intero con amplificazione J' , il valore dell'efficienza frenante f sarebbe dato da:

$$f = J' \frac{F}{P + Q}$$

da cui si ricava anche:

$$(15) \quad f = \frac{1}{1+k} f'.$$

Questo porta che, nel grafico di fig. 3 la (15) sia rappresentata dalla retta passante per 0 e posta al disotto della retta f' ; in tali condizioni il limite di aderenza f_0 sarebbe raggiunto per un valore della forza $f > F_0$.

Va rilevato pure che in questa ipotesi, rappresentando F anche il coefficiente di decelerazione del complesso, esso si mantiene inferiore a quelli ottenuti col freno ad inerzia. Nella fig. 3, in corrispondenza di ciascun valore f_1^* , f_2^* , e f_3^* si sono tracciati tre diversi diagrammi per lo sforzo T .

Come si vede, lo sforzo aumenta linearmente con la forza F sul pedale e subisce anch'esso dei salti più o meno vistosi in corrispondenza del valore $F = F_1$, allorchè il rimorchio comincia a pattinare. Nel diagramma T_1 lo sforzo si inverte subito; in quello T_2 scende a zero per invertirsi subito dopo gradualmente; in quello T_3 invece si inverte dopo un certo valore di $F > F_1$. Tutto ciò è reso evidente dalle costruzioni grafiche esposte nella stessa fig. 3. Diremo che il comportamento del freno, e per effetto della discontinuità dello sforzo e per effetto della sua inversione, è «anomalo» e pertanto inaccettabile nell'intervallo (F_1, F_0) ; diremo che qui si verifica la «fase anomala» del freno. È ovvio che con vari accorgimenti sarà necessario rendere estremamente limitata o nulla tale fase, avvicinando il più possibile tra loro i punti A' e A'' .

Per raggiungere tale scopo, posto il fattore:

$$(16) \quad 0 < \psi < 1,$$

si può imporre che si abbia $f'' = f_0$ per $F = \psi F_0$; con opportuni sviluppi si ottiene la condizione:

$$(17) \quad J'' = \frac{1}{\frac{\psi J' F_0}{k f_0 P} - 1}$$

che fornisce valori $J'' \neq \infty$ se è $\psi \neq \frac{k f_0}{J' F_0} P$.

La (16) pertanto si trasforma:

$$(18) \quad \frac{k f_0}{J' F_0} P < 1$$

e si conclude che quanto più il valore a primo membro della (18) sarà vicino a 1, tanto più sarà limitata la fase anomala.

Se è $p < q$, si ottengono i grafici della fig. 4, ove sono puntualmente ripetute le costruzioni di fig. 3,

con la sola avvertenza che ora la retta f' è più ripida di quella f'' , con la conseguenza che il limite di aderenza f_0 viene raggiunto prima dalla unità traente, in corrispondenza dello sforzo massimo F_0 .

Anche qui è presente la fase anomala ma nell'intervallo (F_0, F_1) , anziché in quello (F_1, F_0) del caso precedente. Svolgendo le stesse considerazioni fatte relativamente alla fig. 3, si sono anche qui tracciati i tre diagrammi T_1, T_2, T_3 , dello sforzo sulla pompa-freno, ciascuno inerente a ciascuno dei valori f_1^*, f_2^*, f_3^* .

Diversa è in questo caso la posizione della retta f . Intanto, poichè è sempre valida la (15), si può affermare che tale retta ricade al di sotto di quella f' ; non sappiamo però in che posizione essa si trovi nei confronti della retta f'' .

Combinando la (6) con la (15), si può porre:

$$(19) \quad f = \frac{k(1+J'')}{(1+k)J''} f''$$

dalla quale si ricava che è:

$$f \geq f'' \quad \text{per} \quad J'' \leq k$$

Se ne traggono le seguenti conclusioni, separatamente per le due condizioni (α) (β):

$$(\alpha) \quad 0 < k < 1$$

$$f > f'' \quad \text{per} \quad 0 < J'' < k$$

$$f = f'' \quad \text{per} \quad J'' = k$$

$$f < f'' \quad \text{per} \quad k < J'' < \frac{k}{1-k}$$

$$(\beta) \quad 1 < k < \infty$$

$$f > f'' \quad \text{per} \quad -\infty < J'' < +\infty$$

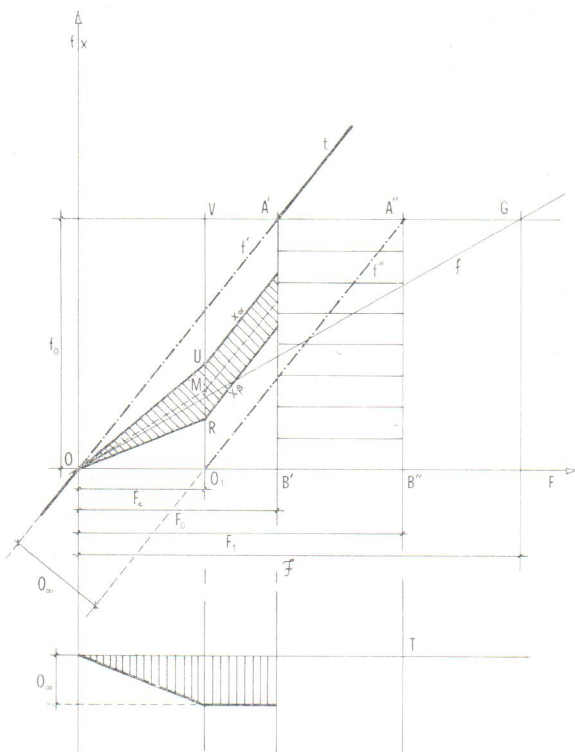


Fig. 6 - Grafici analoghi a quelli di fig. 3 per $\frac{k}{1-k} < J'' < \infty$ nella condizione (α) e per $0 < J'' < \infty$ nella condizione (β).

In fig. 4 si sono fissate le due posizioni f_1 e f_2 per la retta f , in conformità dei risultati ora esposti, rapportandole alla retta t . Per ridurre la fase anomala, bisognerà anche in questo caso avvicinare i punti A' e A'' il più possibile tra di loro. Si perverrà allora, posto il fattore $\psi > 1$, ancora alla relazione (17) da cui si avrà:

$$(20) \quad \frac{k f_0}{J' F_0} P > 1$$

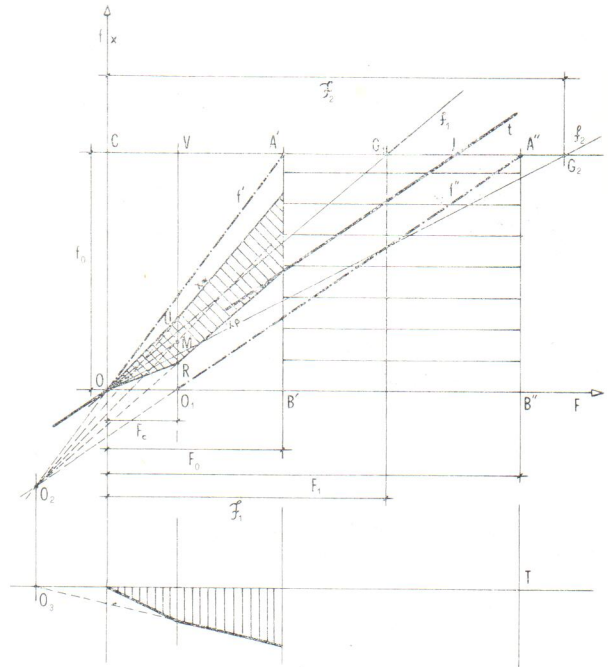


Fig. 7 - Grafici analoghi a quelli di fig. 3 per $0 < J'' < \frac{k}{1-k}$ nella condizione (α). I grafici non sussistono nella condizione (β).

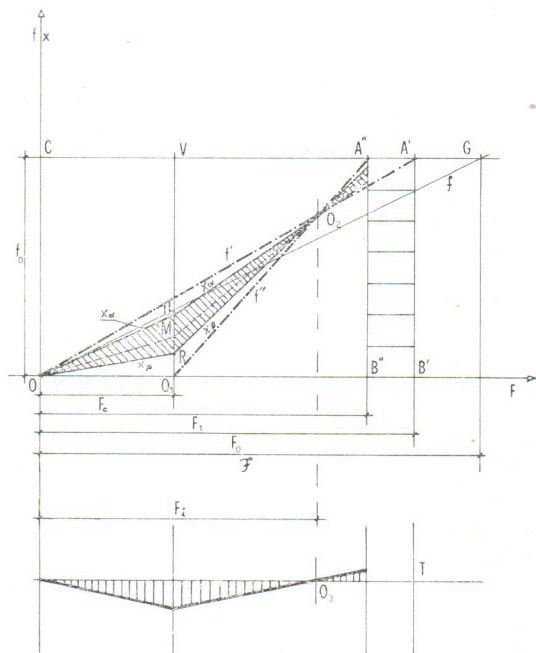


Fig. 8 - Grafici analoghi a quelli di fig. 3 per $J'' = \frac{k}{1-k}$ nella condizione (α). I grafici non sussistono nella condizione (β).

analoga alla (18) ma di verso contrario. Le conclusioni che se ne traggono sono le stesse.

Rimane da trattare il caso $p = q$, nel quale le rette f' e f'' coincidono. Dall'esame della fig. 5 si evince chiaramente che questo è il caso ideale, con assenza completa della fase anomala in quanto le due unità agganciate raggiungono nello stesso tempo il limite di aderenza f_0 . Lo sforzo T sulla pompa cresce linearmente e, come è da aspettarsi, potrebbe subire una discontinuità solo con un aumento eccezionale di F oltre il limite F_0 , verificandosi in tal caso il pattinamento simultaneo delle due unità agganciate.

Trattati partitamente i tre casi sopra esposti, sembra importante sottolineare il seguente risultato: esaminata la posizione assunta dalla retta f nei tre casi, si deduce che nel primo e nell'ultimo di essi si realizzano col freno ad inerzia coefficienti di decelerazione del complesso senz'altro superiori, a parità di F , rispetto al caso di frenatura integrale con rapporto J' . Nel secondo invece questo risultato è sempre ottenibile, a patto di assegnare opportuni valori a J'' .

b) Pompa dotata di molla antagonista ($\vartheta \neq 0$).

Come accennato alla fine del paragrafo 4), anche in questo le inclinazioni delle rette f' e f'' sono condizionate dai valori p e q . V'è solo da aggiungere che, mentre la f' parte dall'origine, la f'' parte da un punto diverso 0_1 , sito sull'asse F , definito dall'ascissa:

$$(21) \quad F_c = \frac{\vartheta}{J'} F_0,$$

valore ricavato dalla (8) per $f'' = 0$.

La (21) fornisce cioè il valore dello sforzo F oltre il quale viene superata la resistenza della molla ed entra in azione il freno. Da essa emerge subito una importante indicazione costruttiva:

$$(22) \quad \vartheta < J'$$

Passando ai grafici, si hanno rispettivamente la fig. 6, la fig. 7 e la fig. 8, a seconda che sia $p \leq q$. In esse si è ommesso di dettagliare le fasi anomale, per altro analoghe a quelle già descritte per il caso precedente; si sono invece tracciati anche qui i diagrammi dei coefficienti di decelerazione del complesso X_α e X_β , le quali risultano delle spezzate a due lati. Ciò si ripercuote anche sui diagrammi T , in relazione alla (3), che è sempre valida.

Ciò premesso, vogliamo tuttavia spendere qualche parola caso per caso.

Se è $p > q$, si ha il grafico di fig. 6, ove lo sforzo T si può invertire in corrispondenza di 0_3 ; ciò viene però automaticamente evitato in sede di eliminazione della fase anomala. Questa può infatti non solo essere limitata, ma del tutto eliminata, a differenza del corrispondente caso di fig. 3, facendo coincidere i punti A' e A'' . Per ottenere questa condizione basterà imporre con la (8) che si abbia $f'' = f_0$ per $F = F_0$; si ottiene così una relazione che vincola ϑ a J'' e, scelto l'uno, ne risulta automaticamente il valore dell'altro.

Se è $p < q$, si ha il grafico di fig. 7, dal quale si deduce che, essendo le rette f' e f'' divergenti, è molto difficile avvicinare i punti A' e A'' , per quanto si voglia ridurre F_c , ossia indebolire la molla. Trattasi cioè del caso che meno si presta all'uso pratico, contenendo una fase anomala non convenientemente limitabile.

Se è $p = q$, si ha il grafico di fig. 8, con f' parallela a f'' ; dall'esame di esso emerge subito che la fase anomala è controllabile operando sul valore F_c . Circa il raffronto tra la posizione di f e quella delle rette f' e f'' , si rimanda a quanto detto avanti.

6. Conclusioni.

Sulla scorta dei risultati ottenuti ed ampiamente discussi sopra, si può concludere, limitatamente al caso $J'' > 0$, che i casi più interessanti dal punto di vista applicativo sono due:

$$\begin{array}{lll} 1) & \vartheta = 0 & p = q \\ 2) & \vartheta \neq 0 & p > q \end{array}$$

Sia nell'uno che nell'altro è infatti possibile eliminare del tutto la fase anomala, durante la quale il sistema cade in difetto. Per quanto riguarda le applicazioni pratiche, essi ricorrono rispettivamente per:

$$\begin{array}{lll} 1) - & 0 < k < 1 & \text{se è} \quad J'' = \frac{k}{1-k} \\ 2) - & \left\{ \begin{array}{ll} 0 < k < 1 & \text{se è} \quad \frac{k}{1-k} < J'' < \infty \\ 1 < k < \infty & \text{se è} \quad 0 < J'' < \infty. \end{array} \right. \end{array}$$

Tali risultati si possono ulteriormente sintetizzare dicendo che J'' può variare nel seguente modo, dato il campo di variabilità di k :

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{ll} 0 < k < 1 & \frac{k}{1-k} \leq J'' < \infty; \\ 1 < k < \infty & 0 < J'' < \infty. \end{array} \right.$$

Se cioè il rimorchio è più leggero del trattore, J'' può variare tra il valore $\frac{k}{1-k}$ e ∞ ; nel caso contrario

la variabilità di J'' è più ampia, potendo esso assumere tutti i valori positivi da 0 a ∞ . Ciò presuppone la molla antagonista.

Se questa è assente, il rimorchio deve essere necessariamente più leggero del trattore ed il valore di J''

non può essere diverso da $\frac{k}{1-k}$; ciò è espresso dalla

uguaglianza contenuta nella prima delle (23).

BIBLIOGRAFIA

- [1] P. FERRETTI - « Meccanica delle macchine » - Casa Editrice R. Pironti & Figli - Napoli 1950.
[2] F. BUFFONI - « L'autoveicolo » - Editore U. Hoepli - Milano.