

**Dr. Ing. Edoardo FERRIGNO**

---

**Analisi dell'urto centrato  
tra due corpi deformabili in movimento:  
applicazione al caso di collisione tra due veicoli**

**ESTRATTO DA: «INGEGNERIA FERROVIARIA» — N. 3 — MARZO 1971**

**SOMMARIO** — Si parte da un attento esame teorico del comportamento di due corpi deformabili in movimento, dopo un urto frontale centrato, determinando le principali caratteristiche cinematiche e dinamiche del moto che ne consegue.

Fatte le opportune ipotesi semplificative, i risultati vengono poi estesi al caso pratico di un analogo urto tra due veicoli in marcia, per concludere con alcune indicazioni valide ai fini della sicurezza, nel campo delle costruzioni automobilistiche.

## 1 - Premesse

L'analisi di un fenomeno così complesso quale lo urto tra due veicoli in movimento, due corpi cioè vincolati in certo modo al suolo e, ciò che è più importante, così lontani dalle condizioni di sfericità ed isotropia, che ne renderebbero senza dubbio più lineare lo studio, non è certo cosa agevole.

Esso andrebbe piuttosto affrontato sul piano sperimentale, come spesso si fa presso i laboratori di ricerca di alcune case automobilistiche, ovvero nei centri prove, ove si sperimentano attrezzature stradali del tipo « guard-rail » e simili.

Sotto il profilo delle costruzioni automobilistiche, è noto che la tecnica va orientandosi verso strutture particolarmente deformabili, allo scopo di ridurre la decelerazione massima trasmessa all'abitacolo e, di conseguenza, alle persone che l'occupano; tale decelerazione è elevatissima, dell'ordine di varie centinaia di metri al secondo, ed è causa di traumi spesso mortali riportati dalle persone.

L'accorgimento sopra detto, abbinato all'uso di cinture di sicurezza, ridurrebbe senz'altro la mortalità su strada.

Quanto al vasto campo delle barriere elastiche, è del pari noto con quanto fervore si vada alla ricerca di soluzioni più o meno radicali, allo scopo di realizzare siepi spartitraffico efficaci dal punto di vista della sopravvivenza, specie sulle autostrade, ove è molto frequente il sinistro da scavalco dell'intervia.

Sotto la spinta, dunque, esercitata dall'esigenza improrogabile di porre un freno al dilagare dell'infortunio su strada, si procede con la ricerca sperimentale; ciò, come si è accennato, specie a causa delle numerose incognite che un simile problema comporta.

Non v'è dubbio, tuttavia, che una ricerca su basi analitiche, la quale tenga conto dei risultati dell'esperienza, nel senso che parta da essi e ne verifichi le conclusioni, possa riuscire utile ai fini dello sviluppo stesso delle esperienze già impostate ed eseguite.

E' quello che la presente memoria si propone di fare, stabilendo dapprima alcuni metodi per la determinazione delle caratteristiche del moto di due masse

sferiche che entrino in collisione tra loro, dall'istante dell'iniziale contatto sino a quello in cui si siano compiute le rispettive deformazioni, elastiche ed anelastiche, estendendo poi tali risultati al caso di urto tra due autoveicoli.

L'intervallo di tempo considerato, detto  $\tau$ , che ripetute esperienze hanno fissato variabile da 0 a 100 millisecondi, è infatti quello in cui insorgono le elevatissime decelerazioni di cui si è detto sopra. Esso è legato, come è intuibile, all'entità delle deformazioni ed è contiguo al successivo, nel quale si compie la restituzione elastica, di importanza di gran lunga minore, ai nostri fini.

## 2 - Calcolo delle quantità medie

Con riferimento alla fig. 1, consideriamo le masse sferiche (1) e (2), ciascuna animata da moto rettilineo uniforme, i cui baricentri  $G_1$  e  $G_2$  percorrano la stessa traiettoria rettilinea  $\overline{G_1 G_2}$ , che contiene i rispettivi vettori velocità  $\overline{V_1}$  e  $\overline{V_2}$ .

Questi sono di modulo costante, per ipotesi, e possono avere verso qualunque.

Si consideri il piano verticale perpendicolare alla traiettoria ora definita, piano di separazione fra le due masse nell'istante del loro contatto iniziale ( $t = 0$ ); detto piano, considerato negli istanti successivi sempre in posizione tale da separare con continuità le deformazioni longitudinali (accorciamenti)  $x_1$  e  $x_2$  dell'una e dell'altra massa, rende possibile il riferimento a due semiassi  $x_1$  e  $x_2$ , paralleli alla traiettoria anzidetta, con origine in  $O$ , punto di intersezione di tali semiassi con la retta verticale, traccia del piano di separazione (tangente inizialmente alle due sfere).

Si suppone anche che, a partire dal primo contatto, le traiettorie dei baricentri delle due masse restino rettilinee e che queste non subiscano rotazioni durante l'urto.

Qui giova chiarire cosa si vuole intendere per durata dell'urto, richiamandoci alle nozioni della teoria degli urti.

E' noto infatti che le due masse considerate, a par-

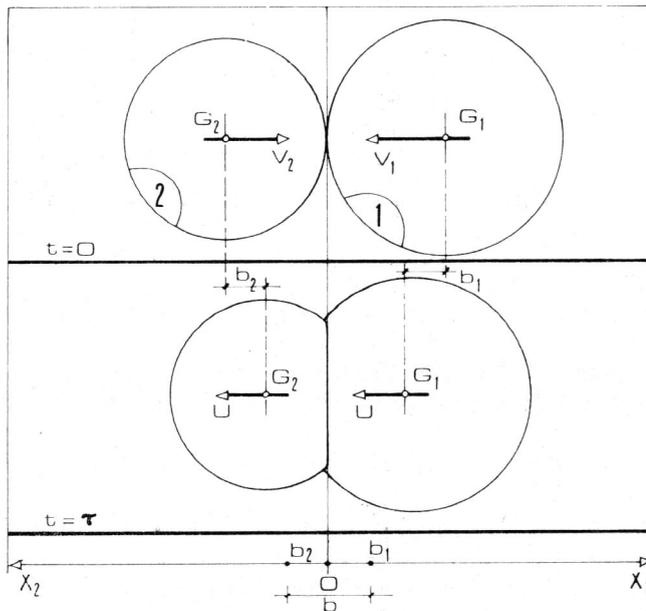


Fig. 1 — Sono rappresentati i due corpi sferici all'istante del contatto iniziale ed in quello di fine urto: sono indicate le deformazioni subite da ciascuno dei due corpi  $b_1$  e  $b_2$  e quella complessiva  $b$ .

tire dall'istante del primo contatto ( $t = 0$ ), si trasmettono mutuamente e con continuità azioni accelerative, la cui variazione nel tempo rappresenta una grossa incognita.

Si sa solo che tali interazioni durano per tutto il tempo durante il quale si compiono le deformazioni, a prescindere dalla natura elastica o plastica di queste.

Nell'istante finale di detto intervallo, prima che subentrino la fase di riflessione elastica, derivante dall'annullarsi della quota elastica residua delle rispettive deformazioni, le due masse, annullata tutta la velocità relativa  $\bar{V}_R = \bar{V}_1 - \bar{V}_2$  esistente all'istante iniziale, si trovano a procedere unite, a formare massa unica, con velocità comune  $\bar{U}$ , applicata nel baricentro del sistema.

E' chiaro che, nel caso in esame, si potrà sostituire al calcolo vettoriale quello scalare, atteso che tutte le predette velocità sono contenute lungo la retta  $\overline{G_1 G_2}$ .

Quanto al verso di  $\bar{V}_R$ , esso dipenderà dal valore e dal verso di  $\bar{V}_1$  e  $\bar{V}_2$ ;  $\bar{U}$  dipenderà invece anche dal rapporto delle due masse  $m_1$  e  $m_2$ , come meglio si vedrà.

La teoria degli urti, supposto il sistema delle due masse isolato, ossia non soggetto a vincoli esterni, fornisce il valore e il segno di  $U$ , facendolo derivare dalla applicazione del principio della conservazione della quantità; si ha notoriamente

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) U,$$

da cui

$$U = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$

Dette poi  $b_1$  e  $b_2$  le deformazioni finali subite dai due corpi nell'intervallo di tempo  $(0, \tau)$ ; ossia i valori

massimi assunti dalle variabili  $x_1$  e  $x_2$ , e considerata la loro somma

$$b = b_1 + b_2 \quad (2)$$

come indicato in figura 1, tale quantità rappresenterà l'avvicinamento dei baricentri  $G_1$  e  $G_2$  nello stesso intervallo, ovvero lo spazio percorso dall'uno rispetto all'altro.

Considerando poi che detto spazio lineare viene descritto nel tempo  $\tau$  alla velocità relativa  $V_R(t)$ , la quale passa dal valore  $V_R = V_1 - V_2$  dell'istante iniziale al valore zero di fine urto, si può in prima approssimazione fare riferimento alla velocità relativa media

$$V_{R/m} = \frac{V_1 - V_2}{2}; \quad (3)$$

ne deriva che il tempo  $\tau$ , che misura la durata del contatto, sarà dato da

$$\tau = \frac{2b}{V_1 - V_2}. \quad (4)$$

Per risalire alle accelerazioni o decelerazioni medie  $a_1$  e  $a_2$  subite da ciascuno dei due corpi ad opera dell'altro, basterà ricordare che esse vanno poste in relazione rispettivamente alle variazioni di velocità.

$$\Delta V_1 = V_1 - U \quad \text{e} \quad \Delta V_2 = V_2 - U$$

che si producono nell'intervallo  $\tau$ .

Per esse si avrà, utilizzando anche la (1).

$$a_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{V_R^2}{2b} \quad \text{e} \quad a_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{V_R^2}{2b} \quad (5)$$

da cui si può osservare che le accelerazioni sono, per ciascun corpo, proporzionali alla massa dell'altro; risultato del tutto ovvio, del resto.

Dall'equazione fondamentale della dinamica  $F = ma$ , ricaveremo che le interazioni  $R_1$  e  $R_2$ , operanti rispettivamente sul corpo (1) e sul corpo (2), ovvero mutuamente trasmesse dall'uno all'altro, sono uguali in valore assoluto; si ha dunque

$$|R| = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \frac{V_R^2}{2b} \quad (6)$$

in piena rispondenza col principio di azione-reazione.

Avuto riguardo al procedimento seguito, è chiaro che i valori  $R_1$  e  $R_2$ , al pari di  $a_1$  e  $a_2$ , vanno intesi come valori medi nell'intervallo di tempo considerato.

Una conferma di ciò può ricavarsi dal verificare che il lavoro di deformazione  $L$  totale, compiutosi durante l'urto, eguagli la corrispondente variazione di energia cinetica.

Quest'ultima è data per il sistema da

$$E = \frac{1}{2} (m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2) - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) U^2$$

e, con l'ausilio della (1),

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} V_R^2 \quad (7)$$

la stessa espressione si desume, com'è evidente, eseguendo il prodotto

$$L = R \cdot b. \quad (7')$$

In definitiva si è pervenuti all'a verifica di un principio analogo a quello enunciato dal teorema di CLAPEYRON, della teoria dell'elasticità applicata ai materiali. Si deve pertanto arguire che, se  $R_1$  è il valore medio della forza che produce la deformazione  $b$ , il valore massimo  $R_{\max/1}$  della reazione mutua, valore che si verifichebbe all'istante finale considerato ( $t = \tau$ ), sarà senz'altro maggiore.

Osservando la fig. 3, ove con i diagrammi  $a$   $b$   $c$  inerenti al caso numerico trattato nel paragrafo che segue sono rappresentati tre tipi di variazione  $R_1 = R_1(x)$ , si può dedurre infatti che  $R_{\max/1}$  è doppia rispetto ad  $R_1$  nel caso di variazione lineare ed assume un valore intermedio nel caso di variazione parabolica.

Ciò in conseguenza del fatto che, rappresentando le aree sottese da ciascun grafico il lavoro di deformazione  $L_1$  subito dal corpo (1), che è costante, si vengono a determinare aree di compenso.

Analoghe considerazioni varranno per  $a_1$  e  $a_2$ , che rappresentano i valori più importanti della ricerca.

Il procedimento ora seguito, come pure quelli indicati nel paragrafo che segue, possono trasferirsi alla

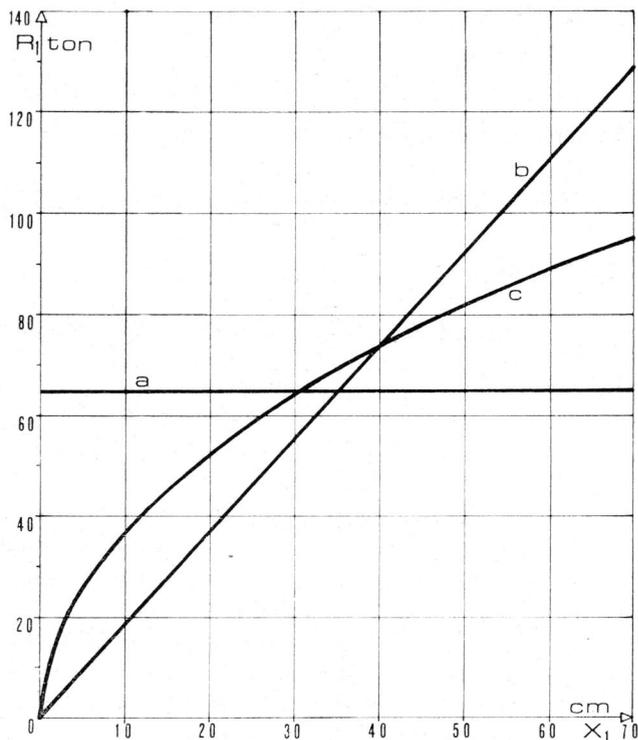


Fig. 3 — Diagrammi della mutua reazione  $R_1$  in funzione della deformazione  $x_1$ , relativi al corpo di massa  $m_1$ , nelle tre diverse ipotesi. Analoghi diagrammi possono costruirsi per l'altro corpo in esame.

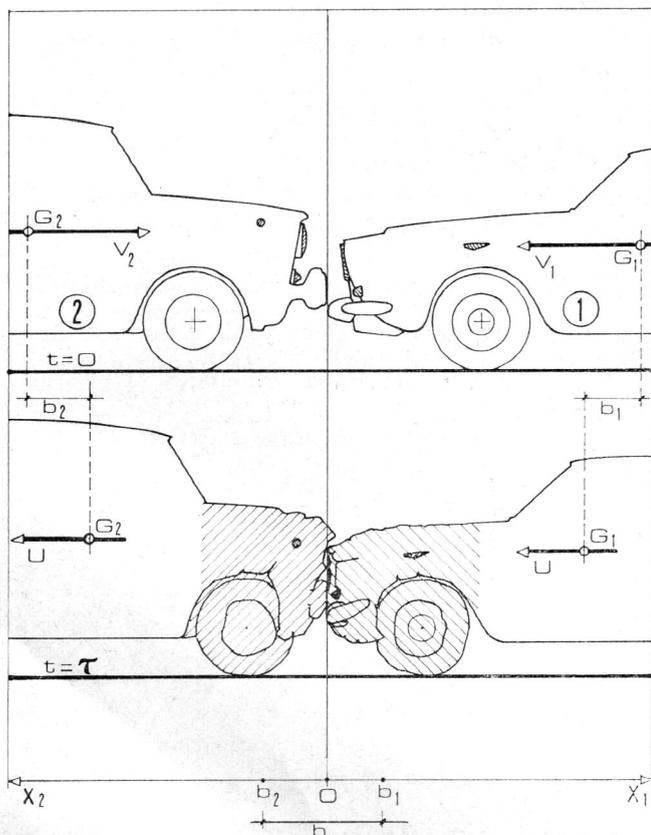


Fig. 2 — Rappresentazione analoga a quella della figura precedente, con riferimento alla collisione fra due veicoli.

trattazione pratica dell'urto fra due autoveicoli (fig. 2); i risultati in tal caso non potranno che essere approssimati, oltre che per le riserve espresse all'inizio, anche perché in effetti non trattasi più di sistema isolato, essendo i due corpi vincolati al suolo.

Inoltre, gli stessi risultati possono essere riferiti al caso di urto da parte di un veicolo contro un ostacolo fisso, in quanto basterà considerare infinita una delle due masse.

### 3 - Calcolo esatto

Ci riferiremo al corpo (1) in quanto i risultati ottenuti si possono estendere all'altro con il semplice cambiamento dell'indice.

Prendiamo dunque in esame l'equazione fondamentale della dinamica.

$$R(x) = m_1 \frac{dV}{dt} \quad (8)$$

da cui, tenuto conto che è  $x = x(t)$ ,

$$R(x) = m_1 \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (9)$$

Se supponiamo, senza con ciò allontanarci troppo dal vero, che la variazione di  $V$  sia lineare con  $x$ , si avrà

$$\frac{dV}{dx} = \frac{V_1 - U}{b_1} \quad (10)$$

e, con il valore di  $U$  dato dalla (1)

$$\frac{dV}{dx} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{V_R}{b_1} \quad (11)$$

In conseguenza la (9) diviene

$$R(x) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{V_R}{b_1} \frac{dx}{dt} \quad (12)$$

che è del tipo

$$\mu t = K_1 \frac{1}{R(x)} dx, \quad (13)$$

avendo posto

$$K_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{V_R}{b_1} \text{ [kg.sec/m]}$$

che è una caratteristica del corpo (1).

Orbene, al fine di legare  $x$  al tempo  $t$ , possiamo considerare i possibili andamenti della reazione  $R$ , in funzione della deformazione istantanea  $x$ .

Oltre all'andamento di tipo costante ed a quello lineare, quest'ultimo ammesso da vari autori, non sembra poter escludere l'andamento di tipo parabolico (fig. 3), il quale tiene conto del fatto che la struttura del veicolo, una volta iniziata la deformazione distruttiva, sia tale da opporre sempre minore resistenza alla deformazione indotta dall'urto.

In altri termini, poiché si tratta sin dall'istante iniziale di deformazioni per la maggior parte plastiche, mancherebbe nel diagramma  $R(x)$  la parte lineare di proporzionalità, ma sarebbe presente in tutto l'intervallo  $(0, b_1)$  una fase analoga a quella che segue lo snervamento nei diagrammi sforzo-deformazione, relativi alla resistenza dei materiali, fase in cui è decrescente la funzione

$$E = \frac{d\sigma}{d\mu}$$

con  $\sigma$  sforzo unitario e  $\mu$  dilatazione lineare.

Ciò posto, la (13) fornisce il tipo di legame esistente fra  $x$  e  $t$ , in corrispondenza di ciascuno degli andamenti di  $R(x)$  sopra considerati.

Si ha

$$\begin{aligned} a) \quad R(x) &= p_1, & t &= \frac{K_1}{p_1} x \\ b) \quad R(x) &= p_1 x, & t &= \frac{K_1}{p_1} \ln \frac{x}{\varepsilon} \\ c) \quad R(x) &= p_1 \sqrt{x}, & t &= 2 \frac{K_1}{p_1} \sqrt{x}; \end{aligned}$$

nella b) -  $\varepsilon$  rappresenta un valore molto piccolo della deformazione  $x$ , a partire dal quale si considera l'origine del tempo ( $t = 0$ ).

Ciò è necessario in quanto la funzione  $t$  non è atta a verificare le condizioni iniziali associando il valore  $x = 0$  a  $t = 0$ ; viceversa, ponendo che per  $t = 0$  si abbia  $x = \varepsilon$ , tali condizioni sono facilmente soddisfatte.

Quanto al valore di  $\varepsilon$ , lo si può scegliere tanto piccolo rispetto a  $b_1$ , da risultare trascurabile rispetto al calcolo che interessa.

Posto inoltre

$$f(t) = \frac{dx}{dt} \quad (14)$$

col significato ovvio di velocità con cui si producono le deformazioni, si avrà pure per i vari casi

$$\begin{aligned} a) \quad x &= \frac{p_1}{K_1} t, & f(t) &= \frac{p_1}{K_1} \\ b) \quad x &= \varepsilon e^{\frac{p_1}{K_1} t}, & f(t) &= \varepsilon \frac{p_1}{K_1} e^{\frac{p_1}{K_1} t} \\ c) \quad x &= \frac{1}{4} \left( \frac{p_1}{K_1} \right)^2 t^2, & f(t) &= \frac{1}{2} \left( \frac{p_1}{K_1} \right)^2 t. \end{aligned}$$

Al fine di riferire i risultati allo stesso caso pratico, è necessario porre le seguenti condizioni

$$\int_0^\tau f(t) dt = b_1 \quad (15)$$

$$\int_0^{b_1} R(x) dx = E_1 \quad (16)$$

essendo  $E_1$  la quota di energia cinetica dissipata, relativa al corpo considerato; per essa si ha ovviamente

$$E_1 = \frac{b_1}{b} E.$$

Poiché dalla (13) si ha

$$R(x) = K_1 f(t)$$

e dalla (14)

$$dx = f(t) dt,$$

la (16) diviene, a calcoli fatti,

$$\int_0^\tau [f(t)]^2 dt = \frac{b_1^2}{2b} V_R. \quad (17)$$

Esamineremo partitamente i casi di variazione sopra considerati, ponendo  $q_1 = \frac{p_1}{K_1}$ ; avremo, risolvendo il sistema formato dalla (15) e dalla (17) rispetto a  $\tau$  e a  $q_1$

$$\begin{cases} a) \text{ andamento } R(x) = p_1 \\ \tau = 2 \frac{b}{V_R} \\ q_1 = \frac{1}{2} \frac{b_1}{b} V_R \\ p_1 = q_1 K_1 \end{cases} \quad (18)$$

$$R_1(x) = p_1 \quad (19)$$

$$a_1(t) = \frac{p_1}{m_1} \quad (20)$$

La prima delle (18) e le (19) e (20) ci fanno ritrovare il caso già trattato nel paragrafo 2).

b) andamento  $R(x) = p_1 x$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau &= \frac{K_1}{p_1} \ln \frac{b_1}{\varepsilon} \\ q_1 &= \frac{b_1^2}{b(b_1^2 - \varepsilon^2)} V_R \\ p_1 &= q_1 K_1 \end{aligned} \right. \quad (21)$$

$$R_1(x) = p_1 x \quad (22)$$

$$a_1(t) = \frac{p_1}{m_1} \varepsilon e^{\frac{p_1}{K_1} t} \quad (23)$$

Ponendo poi  $q_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{p_1}{K_1} \right)^2$  risolveremo lo ultimo caso:

c) andamento  $R(x) = p_1 \sqrt{x}$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau &= \frac{8}{3} \frac{b}{V_R} \\ q_1 &= \frac{9}{32} \frac{b_1}{b^2} V_R^2 \\ p_1 &= K_1 \sqrt{2 q_1} \end{aligned} \right. \quad (24)$$

$$R_1(x) = p_1 \sqrt{x} \quad (25)$$

$$a_1(t) = \frac{p_1^2}{2 K_1 m_1} t. \quad (26)$$

Negli ultimi due casi è interessante calcolare la funzione

$$H = \frac{d R_1}{d x},$$

che rappresenta il corrispondente del modulo di YOUNG della teoria dell'elasticità applicata ai materiali.

#### 4 - Applicazione

Possiamo verificare i risultati ottenuti, riferendoci ad un caso numerico.

Siano dunque

$$P_1 = 1500 \text{ kg} \quad e \quad P_2 = 900 \text{ kg}$$

i pesi dei due veicoli.

Per le loro masse sarà

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1500}{9,81} \sim 153 \text{ kg sec}^2/\text{m} ; \quad m_2 = \\ &= \frac{900}{9,81} \sim 92 \text{ kg sec}^2/\text{m} \end{aligned}$$

ed avremo anche

$$K_1 = 3880 \text{ kg sec/m.}$$

Per le velocità si abbia

$$\begin{aligned} V_1 &= 100 \text{ km/h} \sim 27,80 \text{ m/sec;} \\ V_2 &= -70 \text{ km/h} \sim -19,50 \text{ m/sec} \end{aligned}$$

e la velocità relativa iniziale risulterà

$$V_R = (27,80 + 19,50) = 47,30 \text{ m/sec.}$$

Le deformazioni permanenti riportate dai veicoli siano

$$b_1 = 0,70 \text{ m} \quad ; \quad b_2 = 0,20 \text{ m,}$$

onde avremo pure

$$b = (0,70 + 0,30) = 1,00 \text{ m.}$$

Per i tre andamenti trattati si avrà:

a) andamento  $R(x) = p_1$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau &= 0,042 \text{ sec} \\ q_1 &= 16,50 \text{ m/sec} \\ p_1 &= 64,50 \text{ ton} \end{aligned} \right.$$

$$R_1(x) = 64,50 \text{ ton}$$

$$a_1(t) = 423,00 \text{ m/sec}^2;$$

b) andamento  $R(x) = p_1 x - (\varepsilon = 10^{-2} \text{ m})$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau &= 0,089 \text{ sec} \\ q_1 &= 47,30 \text{ sec}^{-1} \\ p_1 &= 184,00 \text{ ton/m} \end{aligned} \right.$$

$$R_1(x) = 184 \cdot x \text{ [ton]}$$

$$a_1(t) = 12 \cdot e^{47,50 t} \text{ [m/sec}^2]$$

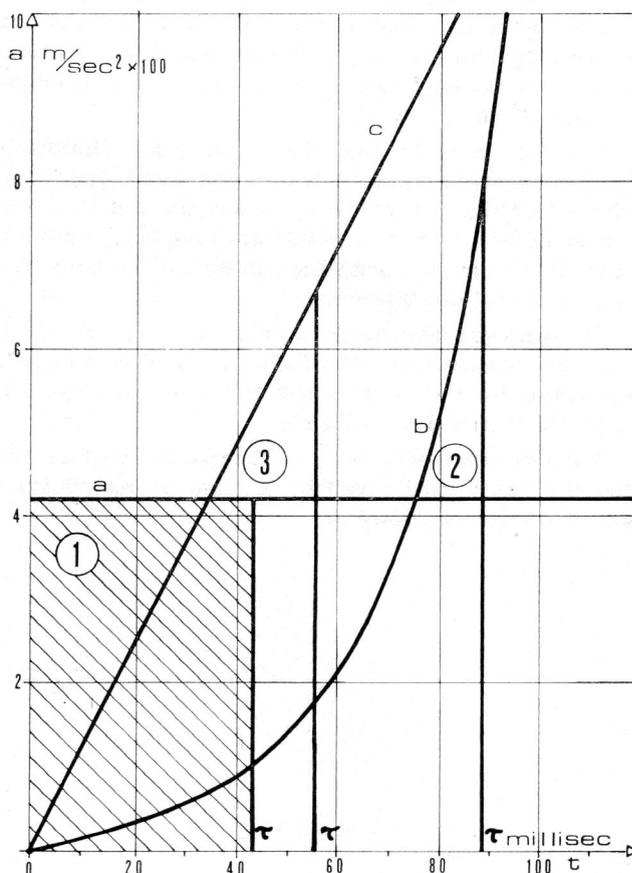


Fig. 4 -- Diagrammi delle accelerazioni (o decelerazioni) subite dal corpo di massa  $m_1$ , in funzione del tempo. Analoghi diagrammi possono costruirsi per l'altro corpo in esame.

c) andamento  $R(x) = p_1 x$

$$\begin{cases} \tau = 0,056 \text{ sec} \\ q_1 = 440,00 \text{ m/sec}^2 \\ p_1 = 116,00 \text{ ton/m}^{1/2} \end{cases}$$

$$R_1(x) = 116 \cdot \sqrt{x} \quad [\text{ton}]$$

$$a_1(t) = 11.300 t \quad [\text{m/sec}^2].$$

Nelle figg. 3 e 4 sono stati riportati i diagrammi  $R_1(x)$  e  $a_1(t)$  rispettivamente per i tre andamenti supposti.

Si può osservare che quando  $R_1$  è lineare rispetto a  $x$ , l'accelerazione varia con andamento logaritmico rispetto al tempo ed inoltre, quando  $R_1$  varia parabolicamente con  $x$ , l'accelerazione varia linearmente col tempo.

Nella fig. 4, le aree sottese dai vari grafici, aree indicate con (1) e (2) e (3), si equivalgono in quanto in tutti i casi è

$$\int_0^\tau a_1(t) dt = V_1 - U,$$

che rappresenta una quantità costante.

## 5 - Deduzioni

Un primo importante risultato che si ricava da quanto precede è che è stato possibile istituire un procedimento di calcolo per la determinazione dei tempi  $\tau$ , delle decelerazioni  $a_1$  e  $a_2$ , delle reazioni mutue durante l'urto  $R_1 = R_2$ .

Che tale procedimento sia valido è poi dimostrato dal confronto dei risultati teorici con quelli sperimentali: è infatti evidente come i valori del tempo d'urto  $\tau$  ottenuti per i tre casi esaminati sono tutti compresi entro il campo di variabilità accennato in premessa, da zero a cento millisecondi.

Ne consegue che anche i valori  $a_1$  e  $a_2$ ,  $R_1 = R_2$  sono da considerarsi attendibili, in quanto entrambi dipendenti da  $\tau$  e dalle ipotesi fatte sul moto dei due corpi che entrano in collisione.

Va pure osservato che è sufficiente il semplice calcolo dei valori medi, trattato al caso a), per ricavare dati piuttosto soddisfacenti.

Un secondo risultato del pari importante è che, dal calcolo relativo alla variazione nel tempo delle decelerazioni che insorgono nell'urto, si possono trarre utili indicazioni circa l'orientamento da seguire nelle costruzioni automobilistiche, ai fini di ampliare i limiti di sopravvivenza in caso di sinistro.

Invero, attesi i valori ottenuti per  $\tau$  nei casi b) e c), questi stanno in certo senso a definire due casi limite; si può cioè arguire, alla luce dell'esperienza, che il limite; si può cioè arguire, alla luce dell'esperienza, che il comportamento di una struttura può essere ritenuto intermedio, fra quello del caso b) e quello del caso c), nel primo dei quali il diagramma sforzo-deformazione è lineare, mentre nel secondo è parabolico.

Quanto invece alle decelerazioni, il caso b) presenta una variazione di tipo esponenziale ed il caso c) una di tipo lineare rispetto al tempo.

Si osservi poi che, mentre i valori massimi di tali decelerazioni sono molto vicini, il tempo  $\tau$ , al termine del quale essi valori si verificano, è nel primo caso quasi doppio che nel secondo.

Ciò per concludere che nel caso b) l'applicazione della massima decelerazione conseguente all'urto è di gran lunga più « diluita » nel tempo e, quindi, molto più dolce.

Resta fermo il principio che, se aumenta il valore finale della deformazione ( $b_1$ ), sinora tenuto fisso, i due valori finali delle decelerazioni in narrativa si abbassano entrambi.

Concluderemo pertanto che, ai fini della sopravvivenza, occorre indirizzarsi verso strutture che presentino nella parte anteriore non solo la massima deformabilità, ma anche una caratteristica di deformabilità quanto più possibile lineare, tra reazioni e deformazioni.

Ciò può essere ottenuto, col validissimo ausilio della ricerca sperimentale, non solo attraverso una appropriata scelta dei materiali, ma anche tramite una opportuna distribuzione dei vari organi, degli irrigidimenti e delle nervature portanti.

## Bibliografia

- R.I. EMORI - « Analytical approach to automobile collision » - (S.A.E. Paper 680016, Jan 1968).  
 P. FERRETTI - « Meccanica delle macchine » - Ed. PIRONTI e F - Napoli 1950.